45

Beschreibung und Steuerung des Getrieberauschens in einstufigen Getrieben

J.Merten, B.Wohlmuth, A.Hübler*, E.Lüscher

Physik-Dept., Technische Universität München, D-8046 Garching

Zusammenfassung

Das Spiel zwischen den Zahnrädern führt zu Rasseleffekten, deren Dynamik ähnlich der eines Fermi-Beschleunigers ist. Die Dynamik kann durch nichtlineares Ziehen gesteuert werden.

1 Einleitung

Getrieberasseln tritt in jedem Getriebe auf. Dieser Effekt vermindert die Lebensdauer der Zahnräder und trägt erheblich zur Geräuschentwicklung bei. Besonders auffällig ist dies bei alten Filmprojektoren, die "knattern". Ein analoges Problem liegt beim Elektromotor vor. Auch hier ist der Rotor —ähnlich dem losen Rad im Getriebe— mit einem rotierenden Magnetfeld gekoppelt. Das chaotische Verhalten mindert hier den Wirkungsgrad.
Die Dynamik des losen Rads im einstufigen Getriebe wurde bisher schon eingehend untersucht /1/, in dieser Arbeit soll versucht werden, sie gezielt zu beeinflussen.

2 Beschreibung des Systems

Betrachtet werde ein einstufiges Getriebe mit einem Antriebsrad AR und einem frei beweglichen Rad FR (Abb. 1) . Der Spielwinkel, um den sich AR frei bewegen läßt, sei hier mit φ_d bezeichnet. Im folgenden betrachten wir die rechte Seite von Abb. 1. Die Krümmungen der Zahnräder können vernachlässigt werden. Das Antriebsrad habe eine konstante Geschwindigkeit v_{A0} , die durch eine periodische Störung moduliert wird. Wir versetzen uns in das System, das sich mit der Grundgeschwindigkeit v_{A0} des AR bewegt. Für den Ort φ_F des freien Rades gilt dann:

$$\varphi_A(t) = \varphi_{st\ddot{o}r} * \sin(\omega_{st\ddot{o}r} t) \quad (1)$$

wobei $\varphi_{st\ddot{o}r}$ die maximale Amplitude der Oszillation von AR und $\omega_{st\ddot{o}r}$ die Frequenz der Störung ist. Das Rad FR ist—wenn es nicht gerade gegen AR stößt—nur

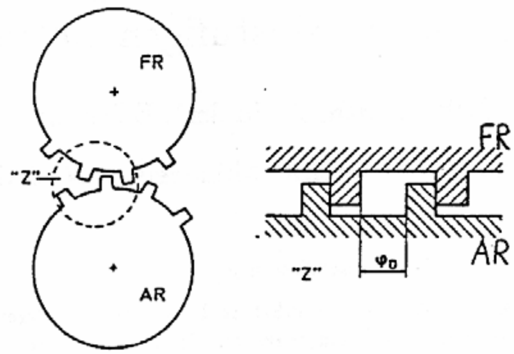

Abbildung 1: einstufiges Getriebe, rechts:Detail

dissipativen Effekten unterworfen:

$$-\Theta\ddot{\varphi}_F - \eta\dot{\varphi}_F + \eta v_{A0} = 0 \tag{2}$$

Hier ist $\varphi_A(t)$ der Ort von FR, Θ das Trägheitsmoment von FR und η die Reibungskonstante des umgebenden Mediums. Wenn die Stoßbedingung

$$\varphi_F(t) = \varphi_A(t) \quad \text{oder} \quad \varphi_F(t) = \varphi_A(t) + \varphi_d \tag{3}$$

erfüllt ist, gibt es einen Stoß nach dem Stoßgesetz

$$\dot{\varphi}_F(t) \;\rightarrow\; -e \cdot \dot{\varphi}_F(t) \tag{4}$$

mit dem Restitutionskoeffizienten e ($e \leq 1$; vollelastischer Stoß: $e = 1$).

3 Beschreibung des Rasselns als rekursiven Prozess

FR wird von den oszillierenden Flanken A und B von AR hin- und her gestossen und dabei beschleunigt. Diese Beschleunigung ist ähnlich der einer Fermibeschleunigung eines Balls zwischen einer ruhenden und einer bewegten Wand und ergibt ein chaotisches Verhalten. (Abb. 2) Als Iterationsfunktion für die Geschwindigkeit v_n von FR nach dem n-ten Stoß auf die Flanke A zum Zeitpunkt t_n modulo Störperiode läßt sich eine Funktion der folgenden Form angeben:

$$\vec{y}_{n+1} = f(\vec{y}_n) \tag{5}$$

wobei die erste Komponente von $\vec{y}_n$ den Zeitpunkt und die zweite die Geschwindigkeit darstellt (Abb. 1).
Derartige Prozesse kann man nun mit der Kraft $\vec{F}_n$ so steuern, daß sie sich wie die Sollfunktion $\vec{x}_{n+1} = g(\vec{x}_n)$ verhalten: $\vec{y}_{n+1} = f(\vec{y}_n) + F_n$ Die Steuerkraft ist: $\vec{F}_n = g(\vec{x}_n) - f(\vec{x}_n)$. Zu untersuchen bleibt, ob die Lösung $\vec{x}_n = \vec{y}_n$ stabil ist. Dazu

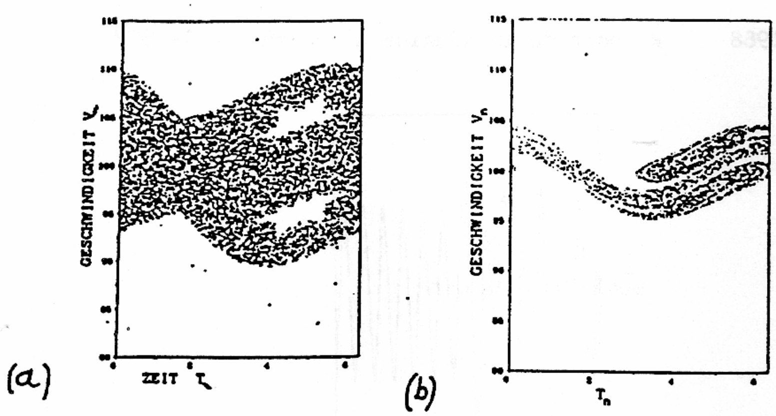

Abbildung 2: Geschwindigkeit v_n gegen t_n aufgetragen $v_{A0} = 100$ (a)$e = 1$, $\omega_{st\ddot{o}r} = 1400$, (b)$e = 0.8$ $\omega_{st\ddot{o}r} = 4000$

ist zu diskutieren, ob die Differenz $\vec{\epsilon} = \vec{y}_n - \vec{x}_n$ mit wachsenden n kleiner wird oder nicht. Für den eindimensionalen Fall gilt:

$$\epsilon_{n+1} = \epsilon_n \cdot \frac{\partial f(x_n)}{\partial x} \tag{6}$$

Für eine stabile Lösung ist zu zeigen, daß $\left|\frac{\partial f(x_n)}{\partial x}\right|$ im Mittel kleiner als eins ist. Daraus kann man analog zum Lijapunov-Exponenten einen Steuerexponenten S definieren, der Aussagen über die Stabilität der Steuerung ermöglicht:

$$S := \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln \left| \frac{\partial f(x_i)}{\partial x} \right| \tag{7}$$

Ist $S < 0$, so ist die Steuerung stabil. Analog zum Lijapunov-Exponenten läßt sich auch der Steuerexponent für höhere Dimensionen definieren.

4 Das Rasseln als kontinuierlicher Prozess

Zur Beschreibung des kontinuierlichen Verhaltens von FR werden die Stöße durch ein weiches x^4-Potential approximiert:

$$-\Theta\ddot{\varphi}_F - \eta\dot{\varphi}_F + \eta v_{A0} + 4(\varphi_F - \varphi_{st\ddot{o}r}\cos\omega_{st\ddot{o}r}t)^3 = 0 \tag{8}$$

wobei $\varphi_{st\ddot{o}r}$ die maximale Amplitude der Oszillation von AR ist. Im Einzelnen bedeuten η die Reibungskonstante der viskosen Reibung, Θ das Trägheitsmoment von FR und λ die Steilheit des Potentials. Betrachtet wird dieses Verhalten des Laufrads von einem System aus, welches sich mit der Geschwindigkeit v_{A0} bewegt. Diese Differentialgleichung läßt sich in ein zweidimensionales Differentialgleichungssystem erster Ordnung umschreiben: $\dot{\vec{y}} = f(\vec{y})$. Dieser Prozess läßt sich mit der Steuerkraft $\vec{F} = g(\vec{x}) - f(\vec{x})$ so steuern, daß er sich wie die Sollfunktion $\dot{\vec{x}} = g(\vec{x})$ verhält: $\dot{\vec{y}} = f(\vec{y}) + \vec{F}$. So läßt sich ein komplexes Bewegungsverhalten zu einer periodischen Bewegung steuern, deren Amplitude beliebig varriert werden kann (Abb. 3).

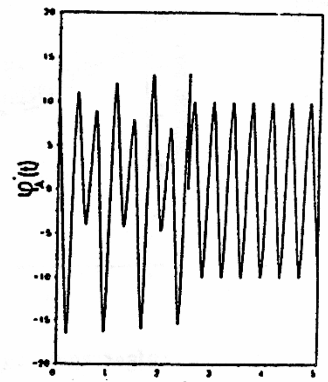

Abbildung 3: Einfangen einer komplexen Bewegung (ohne Reibung); die Steuerung setzt ab $t = 2.5$ ein; $v_{A0} = 40$; $\omega_{st\ddot{o}r} = 9.0$, $\Theta = 1$

Wir möchten Dr.O. Wohofsky für seine Unterstüztung danken.
* = Teil der Promotionsarbeit

Literatur:

/1/ F. Küçükay und F. Pfeiffer, Über Rasselschwingungen in Kfz- Schalt ge trie ben, In gen ieur-Archiv 1986